27. સંભાવના

● **પ્રસ્તાવના :**

આપણે સંભાવના, શક્યતા, તક વગેરે શબ્દોથી પરિચિત છીએ. આપણે જ્યારે કોઈ પણ ઘટનાના પરિણામ વિશે નિશ્ચિત ન હોઈએ ત્યારે આપણે આ શબ્દોનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. આ શબ્દો ઘટના બનવાની અચોક્કસતાનો ભાસ દર્શાવે છે.

આદર્શ પરિસ્થિતિમાં ઘટનાઓની નિશ્ચિતતાનું માપ શોધવા આપણે 'સંભાવના' શબ્દનો ઉપયોગ કરીએ છીએ. પ્રયોગ એટલે એવી ક્રિયા કે જેના કારણે આપણે ચોક્કસ પરિણામ મેળવી શકીએ છીએ. યાદચ્છિક પ્રયોગની પૂર્વધારણાયુક્ત અભિગમ. પ્રશિષ્ટ અભિગમ બ્લેઝ પાસ્કલે (Blaize Pascal) તથા પૂર્વધારણાયુક્ત અભિગમ ઈ.સ. 1937માં કોલ્મોગોરોવે (Kolmogorov) રજૂ કર્યા. આ પ્રકરણમાં આપણે આ બંનેનો અભ્યાસ કરીશું.

● **વ્યાખ્યા :**

સંભાવનાની પ્રશિષ્ટ વ્યાખ્યા અનુસાર ઘટના Eની સૈદ્ધાંતિક સંભાવના P(E) વડે દર્શાવાય છે, તે નીચે મુજબ વ્યાખ્યાયિત થાય છે.

$$P(E) = \frac{\text{ઘટના E ઉદ્‌ભવવા માટેના પરરિણામોની સંખ્યા}}{\text{પ્રયોગના કુલ પરિણામોની સંખ્યા}}$$

⇒ સમતોલ પાસાને ઉછાળતાં આપણને 6 પરિણામ મળે છે, જે 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 છે. હવે પ્રશ્ન થાય કે અંક 7 પાસા પર મળવાની સંભાવના શું ?

પાસાની એક પણ બાજુ પર અંક 7 અંકિત કરેલ ન હોય, માટે અંક 7 મળે તે પરિણામની સંખ્યા શૂન્ય છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો પાસા પર અંક 7 મળે તે ઘટના અશક્ય છે.

માટે P (અંક 7 મળે) = $= \frac{0}{6} = 0$

માટે, અશક્ય ઘટનાની સંભાવના શૂન્ય થાય.

● ચોક્કસ ઘટનાની સંભાવના 1 છે.

● અશક્ય ઘટનાની સંભાવના 0 છે.

● ઘટના Eની સંભાવના માટે $0 \le P(E) \le 1$ થાય.

⇒ જે ઘટનામાં ફક્ત એક જ પરિણામ હોય તે ઘટનાને પ્રાથમિક ઘટના કહે છે. પ્રયોગની તમામ પ્રાથમિક (મૂળભૂત) ઘટનાઓની સંભાવનાઓનો સરવાળો 1 થાય.

⇒ ગણતરી કરેલ દાખલા

1. સરખી રીતે ચીપેલા 52 પત્તાના ઢગમાંથી એક પત્તું યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે. તો તે પત્તું, (A) ચિત્રવાળું હોય (B) ચોકટનું હોય (C) એક્કો ન હોય (D) કાળા રંગનો એક્કો હોય તેની સંભાવના શોધો.

ઉકેલ : અહીં સરખી રીતે ચીપેલાં 52 પત્તાના ઢગમાંથી એક પત્તું પસંદ કરવાની ઘટના સમસંભાવી છે.

(A) અહીં ચિત્રવાળાં 12 પત્તાં છે (4 રાજા, 4 રાણી, 4 ગુલામ). ધારો કે, ઘટના A : 'પસંદ કરેલ પત્તું ચિત્રવાળું છે.' માટે A ઉદ્‌ભવવા માટેનાં પરિણામોની સંખ્યા 12 છે.

$$\therefore\ P(A) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(B) ચોકટનાં કુલ 13 પત્તાં છે. ધારો કે, ઘટના B : 'પસંદ કરેલ પત્તું ચોકટનું છે.' માટે B ઉદ્‌ભવવા માટેનાં પરિણામોની સંખ્યા 13 છે.

$$\therefore\ P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(C) ધારો કે, ઘટના C : 'પસંદ કરેલ પત્તું એક્કો નથી.' તો ઘટના C' : 'પસંદ કરેલ પત્તું એક્કો છે.' થાય.

માટે C' ઉદ્‌ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 4 થાય.

$$\therefore\ P(C') = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore\ P(C) = 1 - P(C')$$

$$= 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

(D) ધારો કે, ઘટના D : 'પસંદ કરેલ પત્તું કાળા રંગનો એક્કો છે.' માટે D ઉદ્‌ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 2 (એટલે કે ફૂલ્લી અથવા કાળીનો એક્કો) છે.

$$\therefore\ P(D) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

2. 400 સ્ક્રૂના પેકેટમાં 120 સ્ક્રૂ ખામીવાળા છે. યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ સ્ક્રૂ ખામી વગરનો હોય તેની સંભાવના શોધો.

ઉકેલ : અહીં પેકેટમાં કુલ 400 સ્ક્રૂ છે. ધારો કે, ઘટના A : 'પસંદ કરેલ સ્ક્રૂ ખામી વગરનો છે.'

માટે ઘટના A ઉદ્‌ભવવાનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા $= 400 - 120 = 280$ થાય.

$$\therefore\ P(A) = \frac{280}{400} = 0.7$$

3. ફૂલદાનીમાં 5 લાલ, 2 પીળા અને 3 સફેદ ગુલાબ છે. તેમાંથી એક ગુલાબ યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે છે તો તે (A) લાલ રંગનું (B) પીળા રંગનું (C) સફેદ ન હોય તેવા રંગનું હોય તે ઘટનાની સંભાવના શોધો.

ઉકેલ : અહીં ફૂલદાનીમાં કુલ $5 + 2 + 3 = 10$ ગુલાબ છે.

(A) ધારો કે, ઘટના A : પસંદ કરેલ ગુલાબ લાલ રંગનું છે.

માટે Aને ઉદ્‌ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 5 છે.

$$\therefore\ P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(B) ધારો કે, ઘટના B : પસંદ કરેલ ગુલાબ પીળા રંગનું છે.

માટે Bને ઉદ્‌ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 2 છે.

$$\therefore\ P(B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(C) ધારો કે, ઘટના C : પસંદ કરેલ ગુલાબ સફેદ રંગનું નથી. ઘટના Cની પૂરક ઘટના ($\overline{P} = 1 - P$)(એટલે કે $\overline{C}$) : પસંદ કરેલ ગુલાબ સફેદ રંગનું છે.
માટે C ઉદ્ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા ૩ છે.

$$\therefore\ P(C) = \frac{3}{10} = 0.3$$

પરંતુ $\therefore\ P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0.3 = 0.7$

4. પાસો એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે, તો પાસા પરનો અંક (A) અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય (B) અંક 2 અને 5ની વચ્ચે હોય, (C) યુગ્મ અંક હોય તેની સંભાવના શોધો.
ઉકેલ : પાસો એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે, માટે તેનાં પરિણામો 1, 2, 3, 4, 5 અને 6 છે.

(A) ધારો કે, ઘટના A : પાસા પરનો અંક અવિભાજ્ય હોય. આ પ્રયોગમાં 2, 3 અને 5 અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ છે માટે ઘટના A ઉદ્ભવવા માટેનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 3 છે.

$$\therefore\ P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(B) ધારો કે, ઘટના B : પાસા પરના અંકો 2 અને 5ની વચ્ચે હોય. 2 અને 5ની વચ્ચેના અંકો 3 અને 4 છે. માટે ઘટના B ઉદ્ભવવાનાં કુલ પરિણામોની સંખ્યા 2 થાય.

$$\therefore\ P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(C) ધારો કે, ઘટના C : પાસા પરનો અંક યુગ્મ સંખ્યા હોય. અહીં 2, 4 અને 6 એ યુગ્મ અંકો છે. માટે ઘટના C ઉદ્ભવવાના કુલ પરિણામોની સંખ્યા 3 થાય.

$$\therefore\ P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

5. ગોપી તેના પુત્ર માટે ખામી વગરનું રમકડું ખરીદવા ઇચ્છે છે. દુકાનદાર 10 રમકડાં ભરેલી એક પેટી લે છે. જેમાં 3 રમકડાં ખામીવાળાં છે, તેમાંથી યાદચ્છિક રીતે એક રમકડું ગોપીને બતાવે છે. (A) ગોપી રમકડું ખરીદે, (B) ગોપી રમકડું ન ખરીદે તેની સંભાવના શોધો.
ઉકેલ : અહીં પેટીમાં કુલ 10 રમકડાં છે જે પૈકી 3 ખામીવાળા છે, માટે 7 રમકડાં ખામી વગરનાં છે.

(A) ધારો કે, ઘટના A : ગોપી રમકડું ખરીદે છે. એનો અર્થ એ થયો કે રમકડું ખામી વગરનું છે. માટે ઘટના A ઉદ્ભવવા માટેનાં પરિણામોની સંખ્યા 7 થાય.

$$\therefore\ P(A) = \frac{7}{10} = 0.7$$

(B) ધારો કે, ઘટના B : ગોપી રમકડું ખરીદતી નથી. એનો અર્થ એ છે કે રમકડું ખામીવાળું છે માટે ઘટના ઉદ્ભવવા માટેનાં પરિણામોની સંખ્યા 3 થાય.

$$\therefore\ P(B) = \frac{3}{10} = 0.3$$

અહીં નોધીએ કે ઘટના B એ ઘટના A ઉદ્ભવતી નથી તે છે.

$$\therefore\ P(B) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3$$

● ***યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો.***

1. એક સમતોલ પાસાને ઉછાળતાં મળતા અયુગ્મ અંકો પૈકીનો અંક અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{1}{3}$ (બ) $\frac{5}{6}$

(ક) $\frac{2}{3}$ (ડ) $\frac{2}{5}$

જવાબ : (અ)

અહીં નિદર્શાવકાશ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore$ $n = 6$

અવિભાજ્ય અયુગ્મ અંક મળે તેવી ઘટના $A = \{3, 5\}$

$\therefore\ r = 2$

$$\therefore\ P(A) = \frac{r}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2. સરખી રીતે ચીપેલી 52 પત્તાની થોકડીમાંથી કોઈપણ બે પત્તાં યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવામાં આવે, તો બન્ને પત્તાં રાજા હોય તેવી સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{1}{221}$ (બ) $\frac{5}{6}$

(ક) $\frac{2}{3}$ (ડ) $\frac{2}{5}$

જવાબ (અ)

52 પત્તામાંથી યાદચ્છિક રીતે 2 પત્તાં પસંદ કરવાના પ્રયોગ નિદર્શાવકાશ માટે $n = {}_{52}C_2$

બંને પત્તાં રાજા હોય તેવી ઘટના A ઘટવા માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા $= {}_4C_2$

$$\therefore\ P(A) = \frac{r}{n} = \frac{{}_4C_2}{{}_{52}C_2} = \frac{4\times3}{1\times2}\times\frac{1\times2}{52\times51} = \frac{1}{221}$$

3. એક થેલીમાં સાત લાલ અને પાંચ વાદળી દડા છે. તેમાંથી યાદચ્છિક રીતે બે દડા પસંદ કરવામાં આવે તો પસંદ થયેલા દડામાંથી એક દડો લાલ અને એક દડો વાદળી હોય તેવી સંભાવના .... છે.
જવાબ : (ક)

(અ) $\frac{31}{66}$ (બ) $\frac{32}{66}$

(ક) $\frac{35}{66}$ (ડ) $\frac{23}{66}$

12 દડામાંથી યાદચ્છિક રીતે બે દડા પસંદ કરવાના નિદર્શાવકાશ માટે $n = {}_{12}C_2$

એક દડો લાલ અને એક દડો વાદળી હોય તેવી ઘટના A માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા = ${}_7C_1 \times {}_5C_1 = r$

$$P(A) = \frac{r}{n} = \frac{{}_7C_1 \times {}_5C_1}{{}_{12}C_2} = \frac{7\times5}{12\times11} \times \frac{1\times2}{1} = \frac{35}{66}$$

4. અંગ્રેજી મૂળાક્ષરો પૈકીના મૂળાક્ષરોમાંથી એક મૂળાક્ષર પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ થયેલો મૂળાક્ષર સ્વર હોય તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{21}{26}$ (બ) $\frac{5}{26}$

(ક) $\frac{3}{26}$ (ડ) $\frac{1}{26}$

જવાબ : (બ)

26 મૂળાક્ષરોમાંથી એક મૂળાક્ષર પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શાવકાશ માટે $n = {}_{26}C_1 = 26$ પસંદ કરેલ મૂળાક્ષર સ્વર હોય તેવી ઘટના A ઘટવા માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા $= r = {}_5C_1 = 5$

$$\therefore P(A) = \frac{r}{n} = \frac{5}{26}$$

5. 1 થી 25 સુધીના અંકોમાંથી પસંદ થયેલ અંક અવિભાજ્ય હોય તેવી સંભાવના .... છે. (દરેક અંકની પસંદગી સમસંભાવી ઘટના છે.)

(અ) $\frac{9}{25}$ (બ) $\frac{16}{25}$

(ક) $\frac{7}{25}$ (ડ) 0.23

જવાબ : (અ)

1 થી 25 અંકોમાંથી યાદચ્છિક રીતે એક અંક પસંદ કરવાના પ્રયોગના નિદર્શાવકાશ માટે $n = {}_{25}C_1$

હવે 1 થી 25 અંકોના અવિભાજ્ય અંકો 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 છે.

પસંદ થયેલ અંક અવિભાજ્ય અંક હોય તેવી ઘટના A ઘટવા માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા $= r = 9$

$$\therefore P(A) = \frac{r}{n} = \frac{9}{25}$$

6. 8 છોકરા અને 2 છોકરીઓ હારમાં બેઠેલા છે. તે પૈકી બન્ને છોકરીઓ સાથે ન બેસે તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{1}{5}$ (બ) $\frac{4}{5}$

(ક) $\frac{3}{5}$ (ડ) $\frac{2}{5}$

જવાબ : (બ)

8 છોકરા અને 2 છોકરીઓને હારમાં બેસાડવાના યાદચ્છિક પ્રયોગના નિદર્શાવકાશ માટે $n = 10\,!$

2 છોકરીઓ એક સાથે બેસે તેવી ઘટના A ઘટવા માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા $= r = 9! \times 2!$

$$\therefore P(A) = \frac{r}{n} = \frac{9! \times 2!}{10!} = \frac{9! \times 2 \times 1}{10 \times 9!} = \frac{1}{5}$$

હવે $P(A') = 1 - P(A)$

$$= 1 - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{4}{5}$$

7. એક સમતોલ પાસાને એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. પાસા પર મળતો અંક 3 વડે વિભાજ્ય હોય તેવી ઘટનાની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{1}{6}$ (બ) $\frac{2}{5}$

(ક) $\frac{1}{3}$ (ડ) $\frac{5}{6}$

જવાબ : (ક)

અહીં $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore n = 6$

પાસા પર મળતો અંક 3 વડે વિભાજ્ય હોય તેવી ઘટના

$A = \{3, 6\}$ $\therefore r = 2$

$$\therefore P(A) = \frac{r}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

8. બે સમતોલ પાસાને એક સાથે ઉછાળવામાં આવે છે. બન્ને પાસા પર સમાન અંક મળે તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{2}{5}$ (બ) $\frac{3}{7}$

(ક) $\frac{1}{6}$ (ડ) $\frac{5}{6}$

જવાબ : (ક)

અહીં $U = \left\{(x, y) / \begin{matrix} x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ y = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \end{matrix}\right\}$ $\therefore n = 36$

બન્ને પાસા પર સમાન અંક મળે તેવી ઘટના

$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

માટે, ઘટના A ઘટવા માટે અનુકૂળ સભ્યોની સંખ્યા $= r = 6$

$$\therefore P(A) = \frac{r}{n} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

9. એક પેટીમાં 5 સફેદ, 4 કાળા અને 6 લાલ રંગના દડા છે. તેમાંથી 3 દડા પસંદ કરતાં ત્રણેય દડા એક જ રંગના મળે તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{33}{455}$ (બ) $\frac{34}{455}$

(ક) $\frac{1}{455}$ (ડ) આમાંથી એકપણ નહિં.

જવાબ : (બ)

$n(U) = {}^{15}C_3$

માટે માંગેલી સંભાવના $= \frac{{}^5C_3 + {}^4C_3 + {}^6C_3}{{}^{15}C_3}$

$= \frac{10+4+20}{455} = \frac{34}{455}$

10. લીપ વર્ષ ન હોય તેવા વર્ષમાં 53 રવિવાર આવે તેની સંભાવના = ...

(અ) $\frac{1}{7}$ (બ) $\frac{2}{7}$

(ક) $\frac{3}{7}$ (ડ) 0

લીપ વર્ષ ન હોય તેવા વર્ષમાં 52 અઠવાડિયાં અને 1 દિવસ હોય.

$[\because 365 = (52)7 + 1]$

52 અઠવાડિયામાં 52 રવિવાર હોય જ.

53મો રવિવાર વર્ષના છેલ્લા દિવસે શક્ય છે. છેલ્લા દિવસનો નિદર્શાવકાશ $U = \{$રવિ, સોમ, મંગળ, બુધ, ગુરુ, શુક્ર, શનિ$\}$

માટે માંગેલી સંભાવના $= \frac{1}{7}$

11. સમતોલ પાસાને 1 વાર ઉછાળતાં યુગ્મ નંબર મળે છે તો 2 કે 4 મળે તેની સંભાવના કેટલી ?

(અ) $\frac{2}{6}$ (બ) $\frac{2}{3}$

(ક) $\frac{4}{9}$ (ડ) $\frac{1}{6}$

જવાબ : (બ)

$U = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(U) = 3$

$U = \{2, 4\} \Rightarrow n(A) = 2$

$\therefore P(A) = \frac{2}{3}$

12. એક પેટીમાં 7 લીલા અને 5 પીળા દડા છે તેમાંથી 2 દડા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરતાં પસંદ કરેલા બંને દડા એક જ રંગના હોય તેની સંભાવના કેટલી ?

(અ) $\frac{35}{66}$ (બ) $\frac{18}{65}$

(ક) $\frac{29}{33}$ (ડ) $\frac{31}{66}$

જવાબ : (ડ)

પેટીમાં કુલ 12 દડા છે. 12માંથી 2 દડા યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરવાના

કુલ પ્રકાર $= {}^{12}C_2 = \frac{12\times11}{1\times2} = 66 = n$

ઘટના $A =$ પસંદ થયેલા બંને દડા એક જ રંગના હોય.

ઘટના A માટે બે વિકલ્પો થશે.

બંને દડા લીલા અથવા બંને દડા પીળા રંગના હોય.

$\therefore P(A) = \frac{{}^7C_2 + {}^5C_2}{{}^{12}C_2} = \frac{21+10}{66} = \frac{31}{66}$

13. 1 થી 100 પૂર્ણાંક આપેલ છે. તેમાંથી એવો પૂર્ણાંક પસંદ કરો કે તે પૂર્ણ વર્ગ સ્વરૂપમાં હોય તો તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{1}{5}$ (બ) $\frac{2}{5}$

(ક) $\frac{1}{10}$ (ડ) આમાંથી કોઈ નહીં.

જવાબ : (ક)

અહીં, 1 થી 100 પૂર્ણાંક છે.

તેમાં $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2, 10^2$ પૂર્ણાંકો આવે છે.

$r = 10, n = 100$

$P(A) = \frac{r}{n} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

14. બોર્ડના 100 માર્ક્સના પ્રશ્નપત્રમાં 100 અથવા 100થી ઓછા માર્ક્સ મળવાની ઘટનાની સંભાવના કેટલી.

(અ) 0 (બ) $\frac{1}{4}$

(ક) $\frac{1}{2}$ (ડ) 1

જવાબ : (ડ)

બોર્ડની પરીક્ષામાં 100 માર્ક્સ અથવા 100 કરતાં ઓછા માર્ક્સ મળવા એ ચોક્કસ ઘટના છે.

$\therefore P(U) = 1$

15. એક પેટીમાં 3 કેરી અને 3 સફરજન છે. તેમાંથી યાદચ્છિક રીતે ફળ લેવામાં આવે છે. તો તેમાં એક કેરી અને એક સફરજન પસંદ થાય તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{3}{5}$ (બ) $\frac{5}{6}$

(ક) $\frac{1}{36}$ (ડ) આમાંથી કોઈ નહીં.

જવાબ : (અ)

સંભાવના $= \frac{3C_1 \cdot 3C_1}{6C_2} = \frac{3\times3\times2}{6\times5} = \frac{3}{5}$

16. 3 પુરુષ, 2 સ્ત્રી, 4 બાળકો છે તેમાં 4 વ્યક્તિ પસંદ કરવાની છે. તેમાં બે બાળકો હોય તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{11}{21}$ (બ) $\frac{9}{21}$

(ક) $\frac{10}{21}$ (ડ) આમાંથી કોઈ નહીં.

જવાબ : (ક)

પુરુષ	સ્ત્રી	બાળકો	કુલ
3	2	4	9

કુલ 4 વ્યક્તિ પસંદ કરવાની છે. આમાંથી બે બાળકો પસંદ કરતાં તેની સંભાવના

$= \frac{{}_4C_2 \cdot {}_5C_2}{{}_9C_4} = \frac{6\times10}{9\times2\times7} = \frac{10}{21}$

17. બરાબર ચીપેલ 52 પત્તાંની થોકડીમાંથી એક પત્તું પસંદ કરવામાં આવે છે. પસંદ થયેલ પત્તું એક્કો હોય તેની સંભાવના .... છે.
જવાબ : (અ)

(અ) $\frac{1}{13}$ (બ) $\frac{4}{13}$

(ક) $\frac{3}{52}$ (ડ) $\frac{1}{52}$

જવાબ : (અ)

52 પત્તામાંથી એક પત્તું પસંદ કરવાના પ્રકાર $= {}_{52}C_1$

$\therefore\ n = {}_{52}C_1 = 52$

ચાર એક્કામાંથી એક એકડાની પસંદગીના પ્રકાર $= {}_4C_1$

$\therefore\ r = {}_4C_1 = 4$

$\therefore$ માંગેલ સંભાવના $= \frac{r}{n} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

18. એક સમતોલ પાસો ઉછાળતાં પાસા પર અયુગ્મ સંખ્યા અથવા 4 થી ઓછી સંખ્યા આવે તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{2}{3}$ (બ) 1

(ક) $\frac{5}{6}$ (ડ) $\frac{1}{2}$

જવાબ : (અ)

અહીં નિદર્શાવકાશ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\ \therefore\ n = 6$

પાસા પર અયુગ્મ સંખ્યા અથવા 4થી ઓછી સંખ્યા આવે તેવી ઘટના

$A = \{1, 3, 5, 2\}\ \therefore\ r = 4$

$\therefore\ P(A) = \frac{r}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

19. એક કુટુંબમાં બે બાળકો છે. બંને બાળકો છોકરાઓ હોય તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{1}{3}$ (બ) $\frac{1}{5}$

(ક) $\frac{1}{4}$ (ડ) $\frac{1}{6}$

જવાબ : (ક)

અહીં નિદર્શાવકાશ $U = \{bg, gb, bb, gg\}\ \therefore\ n = 4$

બંને બાળક છોકરા હોવાની ઘટના $A = (bb)\ \therefore\ r = 1$

$\therefore\ P(A) = \frac{r}{n} = \frac{1}{4}$

20. એક સમતોલ સિક્કાને બે વખત ઉછાળવામાં આવે છે. બંને વખત છાપ આવે તેની સંભાવના ...... છે.

(અ) $\frac{1}{6}$ (બ) $\frac{1}{4}$

(ક) $\frac{1}{3}$ (ડ) $\frac{1}{5}$

જવાબ : (બ)

અહીં નિદર્શાવકાશ $U = \{HH, HT, TH, TT\}\ \therefore\ n = 4$

બંને વખત છાપ આવે તેવી ઘટના $A = \{HH\}\ \therefore\ r = 1$

$\therefore\ P(A) = \frac{r}{n} = \frac{1}{4}$

21. એક પેટીમાં 6 ખીલીઓ અને 10 નટ્ - બોલ્ટ્સ છે. અડધી ખીલીઓ અને અડધા નટ્ - બોલ્ટ્સ કટાઈ ગયેલા છે. આ પેટીમાંથી એક વસ્તુની પસંદગી કરતાં તે કટાઈ ગયેલ હોય અથવા ખીલી હોય તેની સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{12}{13}$ (બ) $\frac{10}{13}$

(ક) $\frac{11}{16}$ (ડ) $\frac{13}{18}$

જવાબ : (ક)
પેટીની 6 ખીલીઓમાંથી 3 કટાએલી છે.
10 નટ્ - બોલ્ટ્સમાંથી 6 કટાએલા છે.

પેટીમાંની 16 વસ્તુઓમાંથી એક પસંદ કરવાના પ્રકાર

$= n = {}_{16}C_1 = 16$

6 ખીલીઓ કે 5 કટાએલા બેલ્ટમાંથી એક પસંદ કરવાના પ્રકાર

$= n = {}_{11}C_1 = 11$

$\therefore$ સંભાવના $= \frac{r}{n} = \frac{11}{16}$

22. જો એક લોટરીમાં 5 ઇનામો છે અને 95 ઇનામો વગરની હોય, તો પારિતોષિક મળવાની સંભાવના ..... છે.

(અ) $\frac{1}{20}$ (બ) $\frac{1}{19}$

(ક) $\frac{19}{20}$ (ડ) $\frac{1}{5}$

જવાબ : (અ)

100 ટિકિટમાંથી 1 ટિકિટ મળવાના પ્રકાર

$= {}_{100}C_1 = 100 = n$

5 ઇનામવાળી ટિકિટમાંથી 1 ટિકિટ મળવાનાં પ્રકાર

$= {}_5C_1 = 5 = r$

માટે માંગેલ સંભાવના $= \frac{r}{n} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

- ***વિવિધ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષાઓમાં પૂછાયેલ દાખલાઓ.***

1. પેન્સિલના એક જથ્થામાં 12 સારી, 6 થોડી ખામીવાળી, 2 ખૂબ જ ખામીવાળી પેન્સિલો છે તેમાંથી યાદચ્છિક રીતે પેન્સિલ પસંદ કરતાં તે ખામી વગરની પેન્સિલ હોય તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{3}{5}$ (બ) $\frac{3}{10}$

(ક) $\frac{4}{5}$ (ડ) $\frac{1}{2}$

જવાબ : (અ)

માંગેલ સંભાવના $= \frac{{}_{12}C_1}{{}_{20}20_1} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

2. બે પાસાને સાથે ઉછાળવામાં આવે છે તો ઉપરના પૂર્ણાંકોનો સરવાળો 5 થાય તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{1}{18}$ (બ) $\frac{1}{12}$

(ક) $\frac{1}{9}$ (ડ) અમાંથી કોઇ નહીં.

જવાબ : (ક)

અહીં બે પાસાને ઉછાળતા કુલ ઘટકો $n = 36$

પૂર્ણાંકનો 5 થાય તેવા ઘટકો.

$\{(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

$r = 4$

$P(A) = \frac{r}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

3. એક બોક્ષમાં 5 ભૂરા અને 4 સફેદ ચોક છે. જો આમાંથી બે ચોક પસંદ કરવામાં આવે તો બન્ને ચોક એક જ રંગના હોય તેવી સંભાવના .... છે.

(અ) $\frac{5}{108}$ (બ) $\frac{1}{6}$

(ક) $\frac{5}{18}$ (ડ) $\frac{4}{9}$

જવાબ : (ડ)

9 ચોકમાંથી બે ચોક પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગ માટેના નિદર્શાવકાશ માટે $n = {}_9C_2 = 36$

બંને ચોક સફેદ હોય તેવી ઘટના Aને અનુકૂળ ઘટકો $= {}_4C_2 = 6$

બંને ચોક ભૂરા હોય તેવી ઘટના Bને અનુકૂળ ઘટકો $= {}_5C_2 = 10$

$\therefore P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $\therefore P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

હવે, A અને B પરસ્પર નિવારક ઘટનાઓ છે.

$\Rightarrow P(A \cap B) = 0$

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{1}{6} + \frac{5}{18} = \frac{4}{9}$

4. ત્રણ સમતોલ પાસાને એક સાથે ઉછાળતાં ઉપરના પૂર્ણાંકો ત્રણેમાં સમાન હોય તેની સંભાવના શોધો.

(અ) $\frac{1}{6}$ (બ) $\frac{1}{18}$

(ક) $\frac{1}{36}$ (ડ) આમાંથી કોઇ નહિં.

જવાબ : (ક)

ત્રણ સમતોલ પાસાના કુલ ઘટક $6 \times 6 \times 6 = 216$ થાય.

$n = 216$

ત્રણે પાસા પર સમાન પૂર્ણાંકના ઘટકોની ઘટના A .

$$A = \left\{ \begin{matrix} (1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3), (4, 4, 4), \\ (5, 5, 5), (6, 6, 6) \end{matrix} \right\}$$

$r = 6$

$P(A) = \frac{r}{n} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$

5. એક સમતોલ પાસાને એક વખત ઉછાળતાં ઉપરની બાજુએ 1 અથવા 6 પૂર્ણાંક મળે તેની સંભાવના.

(અ) $\frac{2}{3}$ (બ) $\frac{3}{2}$

(ક) $\frac{1}{3}$ (ડ) $\frac{1}{4}$

જવાબ : (ક)

પૂર્ણાંક = (1, 2, 3, 4, 5, 6) = n = 6

ઉપરની બાજુએ 1 અને 6 પૂર્ણાંક મળે તો r = 2

સંભાવના $= \frac{r}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

6. 00, 01, 02, 03, ... 47, 48, 49 નંબરોવાળી 50 ટિકિટોમાંથી જેના આંકડાઓનો ગુણાકાર શૂન્ય થતો હોય તેવી ટિકિટો પસંદ કરવાના યાદચ્છિક પ્રયોગમાં જેના આંકડાઓનો સરવાળો 8 થતો હોય તેવી ટિકિટો પસંદ થવાની ઘટનાની સંભાવના ..... છે.

(અ) $\frac{1}{5}$ (બ) $\frac{1}{14}$

(ક) $\frac{5}{0}$ (ડ) $\frac{2}{10}$

જવાબ : (બ)

અહીં નિદર્શાવકાશ $U = \begin{Bmatrix} 00, 01, 02, 03, 04, 05, 06, \\ 07, 08, 09, 10, 20, 30, 40 \end{Bmatrix}$

$\therefore$ n = 14

જેના આંકડાઓનો સરવાળો 8 થતો હોય તેવા નંબરવાળી ટિકિટ પસંદ કરવાની ઘટના

$A = \{08\}$

$\therefore$ r = 1

$\therefore P(A) = \frac{1}{14}$

● **થોડુંક જાતે વિચારો.**

(1) પાસો એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. પાસા પરનો એક યુગ્મ હોય તેની સંભાવના શોધો. ($0.5/\frac{1}{2}$)

(2) પાસો એક વખત ઉછાળવામાં આવે છે. પાસા પરનો એક અવિભાજ્ય સંખ્યા હોય તેની સંભાવના શોધો. (0.5 અને $\frac{1}{2}$)

(3) સમતોલ પાસા પર એક 5 આવે તેની સંભાવના કેટલી $\left(\frac{1}{6}\right)$

(4) બે સમતોલ સિક્કાઓને ઉછાળતાં બંને પર છાપ આવે તેની સંભાવના કેટલી ? $\left(\frac{1}{4}\right)$

(5) કોઈપણ ઘટનાની સંભાવના ક્યાં બે અંકની વચ્ચે હોય છે ? (0 થી 1)

(6) 52 પત્તાના ઢગમાંથી એક પત્તું પસંદ કરતાં તે રાજા હોય તેની સંભાવના કેટલી ? $\left(\frac{1}{13}\right)$

(7) 50 ગુણમાંથી 51 ગુણ મેળવવાની સંભાવના કેટલી ? (0)

(8) 'સૂર્ય પૂર્વમાં ઉગે છે' અથવા 'સૂર્ય પશ્ચિમમાં આથમે છે' તે ઘટનાની સંભાવના. (1)