૨૯. ક્રમચય અને સંચય

1. ઋચા પાસે બે ટોપ, ત્રણ પેન્ટ્સ અને બે જોડી બુટ છે તો કેટલી પ્રકારે તૈયાર થઈ પાર્ટીમાં જઈ શકે.

   જવાબ : $2 \times 3 \times 2 = 12$

2. કૉમ્પ્યુટરની એક ફાઈલ ખોલવા માટે છ ભિન્ન આંકડાનો પાસવર્ડ છે, તો વધારેમાં વધારે કેટલા પ્રયત્નો કરવા પડે ?

   જવાબ : $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1,51,200$

3. 1, 2, 4, 6 અને 8 અંકોનો ઉપયોગ કરી ચાર અંકોની કેટલી સંખ્યાઓ ભિન્ન આંકડાઓની બનાવી શકાય ?

   જવાબ : $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

4. KENY શબ્દમાં આવતા બધા મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરી ચાર અક્ષરવાળા કેટલા શબ્દો બને ? પ્રથમ E હોય તેવા કેટલા શબ્દો બને ? (અક્ષરોનું પુનરાવર્તન કરવાનું નથી.)

   જવાબ : (1) $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, (2) $3 \times 2 \times 1 = 6$

5. TULSI શબ્દના બધા જ અક્ષરોનો ઉપયોગ કરી કેટલા શબ્દો બનાવી શકાય ? T થી શરૂ થતા કેટલા શબ્દો બને ? છેલ્લે I હોય તેવા કેટલા શબ્દો બને ? (કોઈ પણ શબ્દમાં અક્ષરનું પુનરાવર્તન કરવાનું નથી.)

   અહીં, TULSI શબ્દમાં કુલ 5 અક્ષરો T, U, L, S, I છે. બધા જ અક્ષરોનો ઉપયોગ કરી શબ્દો બનાવવાના છે.

   આમ, ગણતરીના મૂળભૂત સિદ્ધાંત અનુસાર, 5 અક્ષરોને 5 સ્થાનમાં ગોઠવવાના પ્રકાર $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ થાય.

   અહીં, ઉપર (1) ની ચર્ચા મુજબ, જો શબ્દની શરૂઆત T થી થતી હોય, તો પ્રથમ સ્થાન T થી ભરાઈ જાય. બાકી રહેલા 4 સ્થાન બાકી રહેલા 4 અક્ષરો U, L, S, I થી ભરવા પડે.

   આમ, ગણતરીના મૂળભૂત સિદ્ધાંત અનુસાર 4 અક્ષરોને 4 સ્થાનમાં ગોઠવવાના પ્રકાર $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ થાય.

   અહીં, ઉપર (1) ની ચર્ચા મુજબ, જો શબ્દમાં છેલ્લે I આવતો હોય, તો આગળના 4 અક્ષરો ગોઠવવાના રહે. આગળના 4 સ્થાન બાકી રહેલા 4 અક્ષરો T, U, L, S માંથી ભરવા પડે.

   આમ, ગણતરીના મૂળભૂત સિદ્ધાંત અનુસાર, 4 અક્ષરોને 4 સ્થાનમાં ગોઠવવાના પ્રકાર $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ થાય.

6. એક સમતોલ સિક્કાને 8 વખત ઉછાળવામાં આવે તો શક્ય પરિણામોની સંખ્યા .... છે.

   જવાબ : સિક્કાને ઉછાળતાં 2 શક્યતા બને છે. છાપ કાંતો કાંટો

   $\therefore$ માગેલી શક્યતા $= 2^8 = 256$

7. પુનરાવર્તન કર્યા સિવાય 3, 4, 5, 6 અંકોનો ઉપયોગ કરી બનતી તમામ સંખ્યાઓના એકમના અંકોનો સરવાળો કેટલો થાય ?

   જવાબ : ચાર અંકની બનતી સંખ્યા $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

   આ 24 સંખ્યાઓને સરવાળા સ્વરૂપે લખતાં દરેક અંક 6 વખત હોય.

   $\therefore$ સરવાળો $= (6 \times 3) + (6 \times 4) + (6 \times 5) + (6 \times 6)$

   $= 18 + 24 + 30 + 36 = 108$

8. 0, 1, 2, 3, 4 સંખ્યાઓનો ઉપયોગ કરી 20 વડે વિભાજ્ય કેટલી સંખ્યાઓ બને ?

   જવાબ : 20 વડે વિભાજ્ય સંખ્યામાં એકમનો અંક 0 તથા દશકનો અંક 2 કે 4 હોવા જોઈએ.

   $\therefore$ બનતી સંખ્યાઓ $= 1 \times 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$

9. એક મીટીંગમાં દરેક વ્યક્તિ એકબીજા સાથે હસ્તધૂન કરે છે. જો હાથ મીલાવવાની કુલ પ્રક્રિયા 105 વખત થઈ હોય તો તે મીટીંગમાં કુલ કેટલા વ્યક્તિઓ હાજર હશે ?

   કુલ હસ્તધૂનની સંખ્યા $= \dfrac{n(n-1)}{2}$

   $\therefore 105 = \dfrac{n(n-1)}{2} \quad \therefore 210 = n(n-1) \quad \therefore 15(15-1) = n(n-1)$

   $\therefore n = 15$

10. 10 સમક્ષિતિજ અને 8 શિરોલંબ રેખાઓથી કેટલા લંબચોરસ બને ?

    જવાબ : લંબચોરસ બનાવવા 10 સમક્ષિતિજમાંથી 2 રેખા તથા 8 શિરોલંબ રેખામાંથી 2 રેખા પસંદ કરવી પડે.

    $$\therefore \binom{10}{2} \times \binom{8}{2} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 1260$$

11. એક ગોળાકાર ડાઈનીંગ ટેબલ પર 7 વ્યક્તિઓ કેટલી રીતે જમવા બેસી શકે ?

    જવાબ : $(7 - 1)! = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

12. TEACHER શબ્દના અક્ષરોમાંથી બે સ્વર સાથે ન આવે તે રીતે કેટલા શબ્દો બનાવી શકાય ?

    જવાબ : ચાર વ્યંજનોને 4! પ્રમાણે ગોઠવી શકાય એ 3 સ્વરને 5 જગ્યાએ ગોઠવી શકાય. જેથી $5P_3 \times \dfrac{1}{3!}$

    $$\therefore \text{કુલ ગોઠવણી} = 4!\ \frac{5P_3}{3!} = \frac{4 \times 3! \times 5 \times 4 \times 3}{3!} = 240$$

13. 20 વિદ્યાર્થીના એક વર્ગમાં દિવાળી નિમિત્તે એક બીજાને કાર્ડ કેટલી રીતે વહેંચી શકાય ?

    જવાબ : $2 \times 20P_2 = 2 \times 20 \times 19 = 760$

14. 0 થી 7 સુધીની સંખ્યાનો ઉપયોગ કરી અંકનો પુનરાવર્તન કર્યા સિવાય 3 વડે વિભાજ્ય કેટલી સંખ્યાઓ બને ?

    જવાબ : 5 અંકની સંખ્યા માટે $= 5P_4 - 4$

    $= (5 \times 4 \times 3 \times 2) - 4$

    $= 120 - 4 = 116$

15. 6 પુરુષો અને 5 સ્ત્રીઓ વર્તુળાકાર ટેબલ પર કેટલી રીતે જમવા બેસી શકે જેથી કોઈપણ બે સ્ત્રી પાસે બેઠેલ ન હોય ?

જવાબ : 6 પુરુષની ગોઠવી = 5!

6 પુરુષ સાથે 5 સ્ત્રીને જમવા બેસાડવાના પ્રકાર = 6P5

$\therefore$ કુલ ગોઠવણી = $5! \times 6P_5$

$= (5\times4\times3\times2) \times (6\times5\times4\times3\times2)$

$= 120 \times 720$

$= 86400$

● વધુ પ્રેક્ટીસના દાખલા

1. એક વિદ્યાર્થીને એક પરીક્ષામાં 13 માંથી 10 પ્રશ્નોના જવાબ આપવાના છે. પસંદ કરેલા 10 પ્રશ્નો પૈકી ઓછામાં ઓછા 4 પ્રશ્નો પ્રથમ પાંચ પ્રશ્નોમાંથી પસંદ કરવાના છે. તો તે જુદા જુદા પ્રકારે કેટલી રીતે જવાબ આપી શકે.

   (A) 196 (B) 280 (C) 346 (D) 140

2. GARDEN શબ્દના અક્ષરોને કેટલી રીતે ગોઠવી શકાય કે જેમાં સ્વર ડિક્ષનરીના ક્રમમાં આવે.

   (A) 360 (B) 240 (C) 120 (D) 480

3. 3 બોક્ષમાં 8 સમાન દડાની ગોઠવણી કેટલી રીતે થઈ શકે. જેથી કોઈ બોક્ષ ખાલી ન રહેવું જોઈએ ?

   (A) 3^8 (B) 21 (C) 5 (D) $8C_3$

4. SACHIN શબ્દના બધા જ અક્ષરો શક્ય એટલી બધી જ રીતે ગોઠવવામાં આવે અને તેમને ડિક્ષનેરી ક્રમમાં લખવામાં આવે, તો SACHIN નો ક્રમ કેટલામો આવે ?

   (A) 603 (B) 602 (C) 601 (D) 600

5. એક મતદાન વખતે મતદાર જેટલા ઉમેદવાર ચૂંટવાના હોય અથવા તેનાથી ઓછા મત આપી શકે છે. 10 ઉમેદવાર છે પણ તેમાંથી 4 જ ચૂંટવાના છે. મતદાર ઓછામાં ઓછો 1 વોટ કેટલી રીતે આપી શકે ?

   (A) 5040 (B) 6210 (C) 385 (D) 1110

6. 6 જુદી જુદી નવલકથા અને 3 જુદા જુદા શબ્દકોષમાંથી 4 નવલકથા અને 1 શબ્દકોષ પસંદ કરી તેને કબાટમાં એક હારમાં ગોઠવવાના છે, કે જેથી શબ્દકોષ હંમેશા વચ્ચે જ આવે, આવી ગોઠવણીની સંખ્યા કેટલી થાય ?

   (A) ઓછામાં ઓછી 500 પણ 750 થી ઓછી

   (B) ઓછામાં ઓછી 750 પણ 1000 થી ઓછી

   (C) ઓછામાં ઓછી 1000

   (D) 500 થી ઓછી

7. બોક્ષ A માં 3 ભિન્ન લાલ દડા છે અને બોક્ષ B માં 9 ભિન્ન ભૂરા દડા છે. દરેક બોક્ષમાંથી 2 દડા લેવામાં આવે છે અને તેમને બીજા બોક્ષમાં મૂકવામાં આવે છે, તો આ કેટલા પ્રકારે થઈ શકે ?

   (A) 66 (B) 108 (C) 3 (D) 36

8. અંકો 0, 1, 2, 3, 4, 5 ની મદદથી 3000 થી મોટી કેટલી સંખ્યાઓ બનાવી શકાય ?

   (A) 180 (B) 360 (C) 1380 (D) 1500

9. એક સ્ત્રી 6 મહેમાનોને રાત્રિ ભોજન આવે છે. તેમની પસંદગી તેના 10 મિત્રોમાંથી કરે છે. તે કે કેટલા પ્રકારે આ પસંદગી કરી શકે કે, 10 માંથી 2 ચોક્કસ મિત્રો જોડે પસંદ ન થાય.

   (A) 112 (B) 140

   (C) 164 (D) આમાંથી કોઈ નહીં.

10. "KRISNA" શબ્દોના અક્ષરોની તમામ શક્ય ગોઠવણીથી બનતા શબ્દોની ડિક્ષનેરી પ્રમાણે ગોઠવણી કરવામાં આવે તો "KRISNA" શબ્દ કેટલામાં ક્રમે આવે ?

   (A) 324 (B) 341

   (C) 359 (D) આમાંથી કોઈ નહીં.

: જવાબો :

1. (a) 196, 2. (a) 360, 3. (b) 21, 4. (c) 601, 5. (c) 385

6. (c) ઓછામાંઓછી 1000, 7. (b) 108, 8. (c) 1380, 9. (b) 140, 10. (a) 324